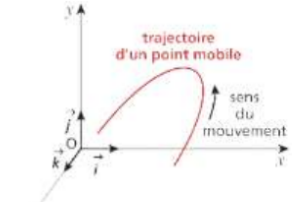
Chapitre 7 : Cinématique et dynamique newtonienne (correction)

De l'atome aux galaxies, la matière est en mouvement.
La mécanique se donne pour but de décrire le mouvement d'objets appelés systèmes ; l'étude est dans un premier temps ramenée à celle du mouvement de leur centre d'inertie.
La cinématique est l'étude des mouvements en fonction du temps, indépendamment des causes qui les produisent
La dynamique s'intéresse aux liens entre les mouvements des objets et les actions qu'ils subissent.

I- Référentiel d'étude

Un référentiel est un objet par rapport auquel est étudié le mouvement d'un système. Il est muni :
- d'un repère d'espace
- d'une échelle de temps



Doc : Repère cartésien

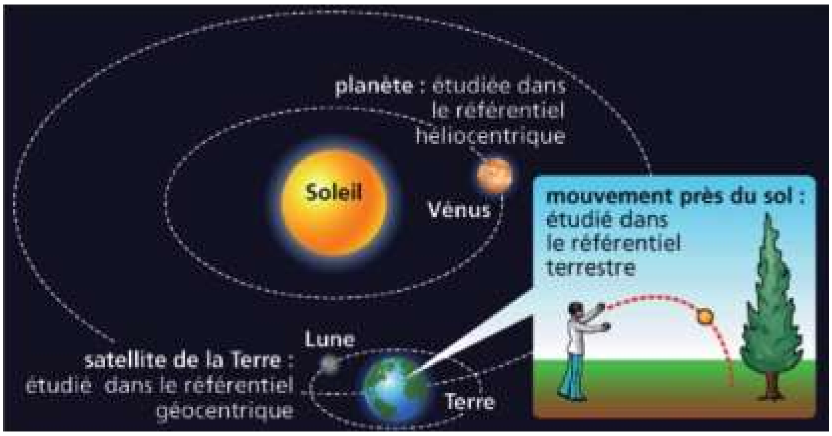
1) Indiquer dans les situations suivantes, quel référentiel est le plus adapté pour l'étude du mouvement du système :
- Une voiture roulant sur la route : Terrestre
- Le mouvement de la lune : Géocentrique
- Le mouvement de la Terre : Heliocentrique

2) Préciser pour chaque référentiel, l'origine du repère et la direction des axes.

Le référentiel terrestre, lié à la Terre, est adapté à l'étude du mouvement d'un objet proche de la surface de la Terre. Tout objet fixe par rapport à la surface terrestre peut être considéré comme origine d'un référentiel terrestre.

Les référentiels astrocentriques sont liés au centre d'un astre et associés à des axes de directions fixes par rapport aux étoiles lointaines.

Ainsi, les satellites de la Terre peuvent être étudiés dans le référentiel géocentrique (lié au centre de la Terre)
Les planètes sont généralement étudiées dans le référentiel héliocentrique (lié au centre du Soleil).



II- Outils mathématiques permettant de décrire un mouvement

En mécanique classique, décrire un mouvement revient à décrire la **trajectoire** du système étudié, ainsi que sa **vitesse**.

1) Quelle est la trajectoire de la lune dans le référentiel géocentrique? Dans le référentiel lié à la lune?

- circulaire
- immobile

2) Que ne faut-il pas oublier avant de décrire un mouvement?

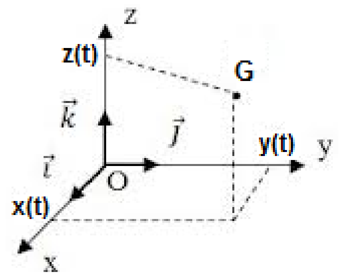
- Définir le référentiel d'étude
- Définir le système

Tous les systèmes que nous étudierons par la suite pourront être considérés comme ponctuels. C'est à dire que l'on étudiera seulement la position du centre d'inertie noté G.

1) Le vecteur position $\vec{OG}(t)$

Dans le référentiel d'étude, le système sera repéré par le vecteur position $\vec{OG}(t)$.

Soit un point G de coordonnées (x(t); y(t); z(t))



Ecrire le vecteur position $\vec{OG}(t)$

$$\vec{OG}(t) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

Exprimer sa norme. Quelle est son unité?

$OG=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ Et s'exprime en mètre.

Les équations x(t), y(t) et z(t) sont appelées les équations horaires de la position.

Remarque : En terminale, nous étudierons seulement des mouvements plans. C'est à dire que seulement deux coordonnées seront nécéssaires.

2) Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$

a) Définir la notion de vitesse moyenne.

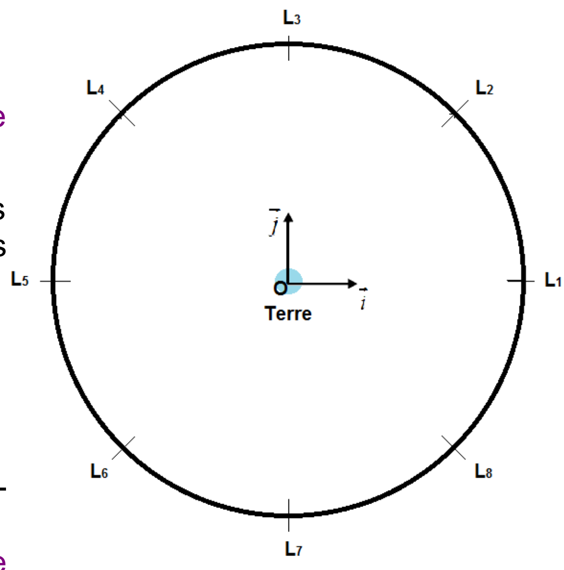
$V=\frac{d}{\Delta t}$ La vitesse moyenne est la distance parcourue divisée par la durée du parcours

b) En choisissant une échelle adaptée, tracer les vecteurs vitesses au point L_2 et L_4, notées respectivement $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$

$$\vec{v}_2=\frac{\vec{L_1 L_3}}{t_3-t_1}=\frac{\Delta\vec{OL}}{\Delta t}$$ (montrer avec relation de chasle)

Selon vous, les normes des vecteurs $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ sont-elles des vitesses instantanées ou moyenne?

Ce sont des vitesses moyennes. V_2 est la vitesse moyenne de la lune entre les points 1 et 3.



Doc : Chronophotographie du mouvement de la lune dans le référentiel géocrntrique.
Temps entre 2 points : τ = 3,5 jours

c) Comment pourrait-on obtenir la vitesse instantanée au point 2?

Il faut diminuer Δt. En effet la vitesse instantannée est la vitesse moyenne entre deux point infiniement proche. (Δt tend vers 0)

Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ d'un point G est la variation du vecteur position $\vec{OG}(t)$ au cours du temps.
Mathématiquement, la vitesse est donc la dérivée du vecteur position $\vec{OG}(t)$ par rapport au temps.

$$\vec{v}(t)=\frac{d\,\vec{OG}(t)}{dt}$$

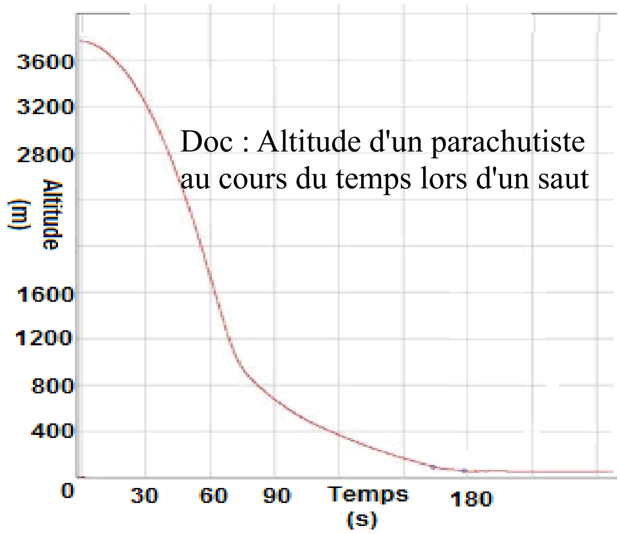
Ses coordonnées sont : $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{pmatrix}$

Ce vecteur est aussi noté $\vec{v}(t) = \frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}$

La valeur (norme) de la vitesse est : $v=\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2+(\frac{dy}{dt})^2}$

et s'exprime en $m.s^{-1}$
La vitesse est toujours tangente à la trajectoire.

Exemple : Déterminer graphiquement la vitesse maximale atteinte par un parachutiste lors d'un saut. Expliquer la démarche.



Tracer la tangente juste avant l'ouverture du parachute.
Déterminer ensuite le coefficient directeur de la tangente.

3) Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$

<u>Définition</u> : L'accélération est la variation de vitesse au cours du temps.
Quelle est l'unité de l'accélération?
Par analogie à la vitesse, déterminer l'expression mathémathique reliant l'accélération à la vitesse, puis l'accélération au vecteur position.

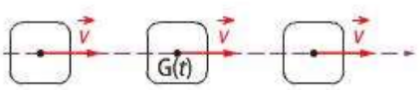
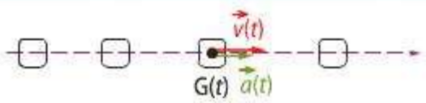
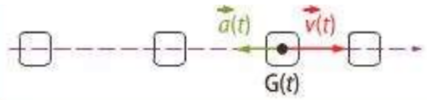
> Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ d'un point G est défini par :
>
> $$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}(t)}{dt^2}$$
>
> Ses coordonnées sont : $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{dv_x}{dt} \\ \dfrac{dv_y}{dt} \end{pmatrix}$ soit $\vec{a}(t) = \begin{pmatrix} \dfrac{d^2x}{dt^2} \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} \end{pmatrix}$
>
> Ce vecteur est aussi noté : $\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{i} + a_y(t)\vec{j} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j}$
>
> La valeur (norme) de l'accélération est : $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

Exemple : **a)** Déterminer, graphiquement, le vecteur accélération de la lune dans le référentiel géocentrique au point L_3. Que remarquez vous?
L'accélération, d'un objet en mouvement circulaire uniforme est orientée vers le centre de la trajectoire. Elle est centripète
b) Calculer l'accélération moyenne d'une formule 1 passant de 0 à 100 km.h^{-1} en 3,2 s.

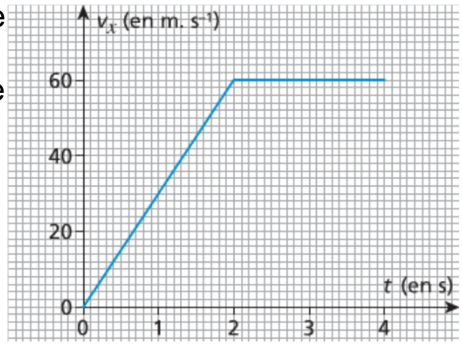
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{100 \times 1000}{3600}\right)}{3,2} = 8,7\, m.s^{-2}$$

III- Description de mouvements

1) Trajectoires rectilignes

Mouvement rectiligne	Mouvement rectiligne	Mouvement rectiligne........................
		
- Le vecteur vitesse est constant au cours du temps - a = 0	Le vecteur accélération est constant au cours du temps	
	- Le vecteur vitesse et le vecteur accélération sont de même sens ($\vec{v}.\vec{a}>0$) - La valeur de v augmente	- Le vecteur vitesse et le vecteur accélération sont de sens opposé ($\vec{v}.\vec{a}<0$) - La valeur de v diminue

Lors d'un départ en ligne droite, la vitesse d'une moto peut être donnée par la courbe ci-contre.



a) Sur ce graphique, définir deux zones distinctes et décrire le mouvement dans chacune d'elles.

Première partie : Accélération

Deuxième : vitesse constante

b) Calculer l'accélération dans ces deux cas.

Déterminer le coefficient directeur des droites dans les deux cas.

2) Trajectoire circulaire

a) Mouvement circulaire uniforme

Le mouvement de la lune autour de la Terre est circulaire uniforme :

- Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire
- La valeur de la vitesse est constante

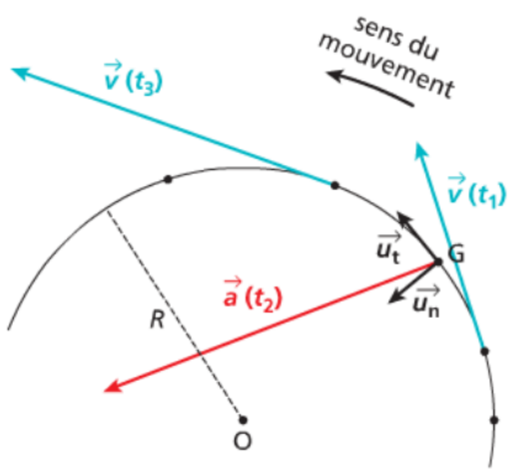
- Le vecteur accélération est perpendiculaire à la trajectoire et est orienté vers le centre
- La valeur de l'accélération est **a = v²/r** (à connaitre)

Dans ce cas, le vecteur accélération est dit centripète.

b) Mouvement circulaire non-uniforme

La trajectoire du point est circulaire et la valeur de sa vitesse varie.

- Le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire.
- Le vecteur accélération est quelconque, vers l'intérieur de la trajectoire et son expression est :



$$\vec{a}(t)=\frac{dv}{dt}\vec{u}_t+\frac{v^2}{R}\vec{u}_n$$

Remarque : La composante suivant $\vec{u}_t$ est dite : tangentielle

La composante suivant $\vec{u}_n$ est dite : normale

Retrouver l'expression de l'accélération pour un mouvement circulaire uniforme à partir de l'expression générale : $\vec{a}(t)=\frac{dv}{dt}\vec{u}_t+\frac{v^2}{R}\vec{u}_n$

Lorsque le mouvement est uniforme : $\frac{dv}{dt}=0$

IV – Les lois de Newton

1) Première loi de Newton (ou principe d'inertie)

<u>Enoncé</u> : Dans un réferetiel Galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé (ou pseudo-isolé) est en mouvement rectiligne et uniforme (ou au repos).

<u>Expression mathématique</u> :

Remarque : Un référentiel est dit Galiléen si la première loi de Newton est vérifiée. Un référentiel n'est donc pas galiléen s'il tourne, accélère ou freine par rapport à un référentiel galiléen.

Application : On considère le mouvement rectiligne uniforme d'un skieur nautique. La masse du skieur équipé est de 80 kg. La force exercée par le bateau est de 100N.
a) Indiquer le référentiel d'étude ainsi que le système.
b) Faire un bilan des forces s'exerçant sur le système. (Schéma obligatoire !)
c) Déterminer la valeur de la force de frottements, ainsi que de la valeur de la réaction du support. ($g=9{,}8N.kg^{-1}$)

2) Deuxième loi de Newton : Principe fondamental de la dynamique

Notion de quantité de mouvement : La quantité de mouvement $\vec{p}(t)$ d'un objet de masse m et dont le centre d'inertie a la vitesse $\vec{v}(t)$ est définie par :

$$\vec{p}(t)=m.\vec{v}(t)$$

Unités : - m en : kg
- v(t) en : $m.s^{-1}$
- p(t) en : $kg.m.s^{-1}$

Enoncé du principe fondamental de la dynamique : Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures $\Sigma\vec{F}_{ext}$ qui s'exercent sur un système de masse m est égale à la variation par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement.

Expression mathématique : $\Sigma\vec{F}_{ext}=\dfrac{d\,\vec{p}(t)}{dt}$

a) Exprimer la deuxième loi de Newton dans le cas où la masse m du système est constante.

$$\Sigma\vec{F}_{ext}=m.\frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}=m.\vec{a}(t)$$ (A connaitre !!)

b) Conclure quant à la direction et le sens du vecteur accélération et de la résultante des forces extérieures.
L'accélération est colinéaire et dans le même sens que la résultante (somme) des forces

Application : On considère une voiture de masse m = 1253 kg roulant sur un sol horizontal et frainant brusquement. La force de frottement $\vec{f}$ due au freinage a une valeur constante f = $4{,}8.10^3$ N.

i) Définir le référentiel d'étude et le système. Voiture dans le Reférentiel terrestre

ii) Faire un bilan des forces s'exerçant sur le système.
Poids : $\vec{P}=m.\vec{g}$
Force de frottement $\vec{f}_e$
Réaction du support : $\vec{R}$

iii) Appliquer le principe fondamental de la dynamique.

$\Sigma\vec{F}_{ext}=m.\vec{a}(t)$
$\vec{P}+\vec{R}+\vec{f}_e=m.\vec{a}(t)$

iv) Déterminer l'accélération $\vec{a}$ de la voiture
Projection sur les axes puis résolution du système d'équations.

3) Troisième loi de newton : Principe des actions réciproques

<u>Enoncé</u> : Deux corps A et B en interaction exercent l'un sur l'autre des forces opposées et de mêmes normes.
<u>Expression mathématique</u> : Soit $\vec{F}_{A/B}$ la force exercée par le corps A sur le corps B et $\vec{F}_{B/A}$ la force exercée par le corps B sur le corps A :

Exemple : Balle tirée par un pistolet : la force exrcée par le pistolet sur la balle est égale en norme à la force exercée par la balle sur le pistolet (et de sens opposé)

V- Application des lois de Newton

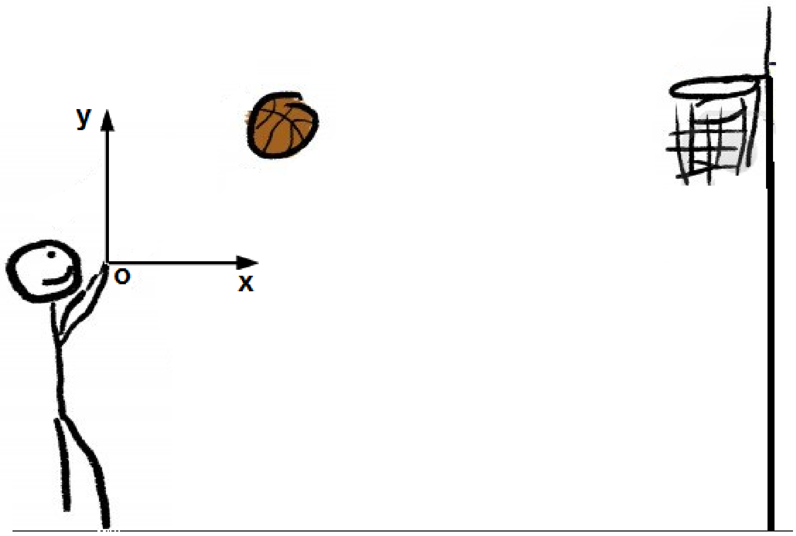
1) Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Dans le "money time", Tony Parker tente de marquer un panier à 3 points afin de faire gagner son équipe, les San Antonio Spurs.
Après s'être débarrassé de tous ces défenseurs, il se retrouve face au panier sur la ligne des 3 points (d = 6,75 m du panier).
Il sait que son lancé aura une vitesse initiale v_0= 8,95 $m.s^{-1}$ et fera un angle α = 45° avec l'horizontal.

Donnée : Hauteur du panier : H = 3,05 m
Masse du ballon : m = 592 g
Age de T.P. : 32 ans
Taille de T.P. : 1,88 m (Altitude initiale du lancé)
g = 9,81 $m.s^{-2}$

On considerera le champ de pesanteur $\vec{g}=-g\,\vec{e}_y$ uniforme.
On choisira de se placer dans un repère cartésien (O,x,y) dont l'origine est placée au niveau des mains de T.P. lors du lancé.

Déterminer les deux équations horaires puis en déduire l'équation de la trajectoire du ballon y = f(x)



Etape 1 : Choix du référentiel et bilan des forces
Référentiel terrestre dont l'origine est O.
Système : {Ballon}

- Poids $\vec{P}=m.\vec{g}=-m.g\,\vec{e}_y$

Etape 2 : Application du principe fondamental de la dynamique puis projection sur les axes Ox et Oy

$$\Sigma \vec{F}_{ext}=\frac{d\,\vec{p}(t)}{dt} \quad \text{donc :} \quad \vec{P}=m.\frac{d\,\vec{v}(t)}{dt}$$

Projection sur Ox : $m.a_x(t) = 0$
Projection sur Oy : $m.a_y(t) = -m.g$ car le vecteur $\vec{g}$ est suivant Oy et dans le sens opposé à l'axe

Etape 3 : Détermination du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$

Rappel (ou pas) mathémathique : intégrer, c'est faire l'opération inverse de dériver. C'est à dire que trouver une intégrale de la fonction f, c'est trouver une fonction h qui, dérivée, donne f :

f -on intègre-> h

h -on dérive-> f

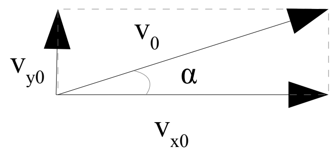
Pour vérifier que la fonction trouvée est bien une intégrale, on vérifie en la dérivant que l'on retombe bien sur la fonction de départ!

Par intégration par rapport à t :

$$v_x(t) = K1$$
$$v_y(t) = -g.t + K2$$

K1 et K2 sont des constantes.

Détermination des constantes d'intégration avec les conditions initiales :



$$v_{x0} = v_x(t=0) = K1 = v_0.\cos\alpha$$
$$v_{y0} = v_y(t=0) = K2 = v_0.\sin\alpha$$

Donc :

$$\mathbf{v_x(t) = v_0.\cos\alpha}$$
$$\mathbf{v_y(t) = -g.t + v_0.\sin\alpha}$$

Etape 4 : Détermination des équations horaires (vecteur position $\vec{OG}(t)$)

Par intégration par rapport au temps :

$$x(t) = v_0.\cos\alpha .t+ K3$$
$$y(t) = - \frac{1}{2} g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t + K4$$

Détermination des constantes d'intégration avec les conditions initiales :

$$x(t=0) = K3 = 0$$
$$y(t=0) = K4 = 0$$

D'ou :

$$\mathbf{x(t) = v_0.\cos\alpha.t}$$
$$\mathbf{y(t) = - \frac{1}{2} g.t^2 + v_0.\sin\alpha.t}$$

Etape 5 : Equation cartésienne de la trajectoire y=f(x)

Elimination du temps pour obtenir une fonction du type y=f(x)

La première équation horaire donne : $t=\frac{x(t)}{v_0.\cos\alpha}$

En remplaçant dans la seconde il vient :

$$y(x)=\frac{-1}{2}g.\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.x$$

$$y(x)=\frac{-g}{2.(v_0.\cos\alpha)^2}.x^2+\tan\alpha.x$$

Interprétation :

a) T.P. a-t-il fait gagner son équipe?

Pour faire gagner l'équipe, le ballon doit passer dans le panier (Trop fort!!)

L'altitude du ballon à une distnce de 6,75m (distance au panier) doit donc être égale à la hauteur du panier (à partir de la référende qui est la main de Tony) 3,05-1,88 =1,17 m

Mathématiquement : y(x = 6,75) = 1,17

Calculons y(6,75) .

$$y(6{,}75)=\frac{-9{,}81}{2.(8{,}95\times\cos 45)^2}.6{,}75^2+\tan 45\times 6{,}75=1{,}18\,m$$

Le ballon passe donc dans le panier (la différence est seulement de 1 cm : je sais ce n'est pas exact exact, mais c'est de la physique!!)

b) Quelle est la durée du lancé?

On utilise une des deux équations dont la variable est le temps (y(t) ou x(t)

La plus simple est x(t)!

$$t=\frac{x(t)}{v_0.\cos\alpha}$$

x(t) = 6,75

t = 1,06s

c) Quelle est l'altitude maximale du ballon par rapport au sol?

On peut dire que, quand l'altitude et maximale, le ballon est "en haut" de la parabole, soit y(x) maximal.

La tangente est donc horizontale et donc son coefficient directeur nul soit :

$$y'(x)=\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-g}{(v_0.\cos\alpha)^2}.x+\tan\alpha=0$$

$$x=\frac{\tan\alpha.(v_0.\cos\alpha)^2}{g}=\frac{\tan 45.(8{,}95\times\cos 45)^2}{9{,}81}=4{,}09\,m$$

L'altitude maximale est atteinte pour x = 4,09m

Soit $y(4{,}09)=\frac{-9{,}81}{2.(8{,}95\times\cos 45)^2}.4{,}09^2+\tan 45\times 4{,}09=2{,}04\,m$

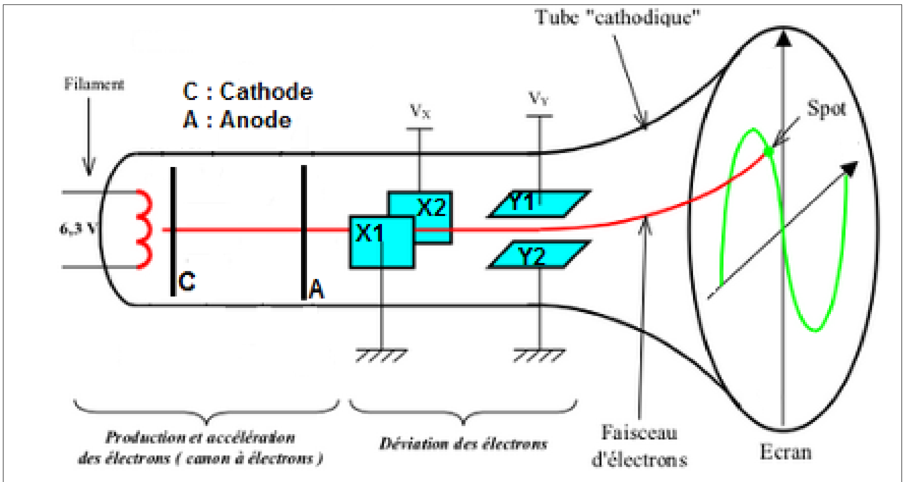
y_{max} = 2,04 m

Soit une altitude maximale par rapport au sol de 2,04 + 1,88 = 3,92 m

2) Mouvement dans un champ électrostatique uniforme


Doc 1 : Ecran à tube cathodique

Le tube cathodique d'un écran de télévision (du siècle dernier !) est constitué schématiquement de deux parties principales : le canon à électrons dans lequel les électrons sont accélérés et la partie permettant de dévier les électrons à la fois horizontalement et verticalement. Entre ces deux parties, aucun champ électrostatique n'est appliqué. Une fois dévié, les électrons percutent un écran phosphorescent permettant l'affichage de l'image.



Doc 2 : Composition d'un tube cathodique

Données : g = 9,81 m.s^{-2}
m_e = 9,1.10^{-31} kg
q_e = - e
= -1,602.10^{-19} C
E s'exprime en V.m^{-1}

Première partie : Le canon à électron.
Les électrons sont émis à la cathode C avec une vitesse négligeable.
Une tension accélératrice U_{AC} est appliquée entre l'anode A et la cathode C distant de d= 2,0cm.
Cette tension crée un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme de la forme $\vec{E}=-E\,\vec{e}_z$.
L'origine du repère sera choisie au niveau de la cathode.

a) A l'aide d'une analyse dimensionnelle déterminer la formule liant le champ électrostatique E à la tension U_{AC}. Calculer E sachant que U_{AC} = 3,0.10^3 V

E = U/d

E = 3,0.10^3 / 2,0.10^{-2} = 1,5.10^5 V.m^{-1}

b) Rappeler l'expression de la force electrostatique (ou de Coulomb) $\vec{f}_e$ en fonction de la charge q de la particule et du champ électrostatique $\vec{E}$.

$\vec{f}_e = q\times\vec{E} = -e\times\vec{E}$ (dans le cas de l'électron q=-e)

c) Montrer que le poids peut être négligé par rapport à la force électrostatique.
Calculons l'ordre de grandeur du rapport entre la force électrostatique et le poids:
$\frac{f_e}{P}=\frac{eE}{mg}\approx\frac{10^{-19}\times10^{5}}{10^{-30}\times10}=10^{15}$ La force électrostatique est 10^{15} fois plus garnde que le poids. Celui ci est donc négligeable.

d) Montrer, à l'aide d'une étude mécanique correctement rédigée que la vitesse de l'électron est

$v=\frac{e.U_{AC}}{m.d}.t$ (commencer par faire un schéma)

Système : {électron}

Référentiel : terrestre (repère Oyz : Oz horizontal et Oy vertical)

Bilan des forces

- $\vec{f}_e=q\times\vec{E}=-e\times\vec{E}=e.E.\vec{e}_z$

Application du PFD :

$$\vec{f}_e=m.\frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Projection sur l'axe Oy et Projection sur l'axe Oz :

$$a_y(t)=0$$
$$a_z(t) = e.E/m$$

Intégration :

$$v_y(t) = K1$$
$$v_z(t) = e.E/m .t + K2$$

Détermination des constantes d'intégration avec les conditions initiales :

$$v_y(t=0) = v_z(t=0) = 0$$

D'ou :

$$v_y(t) = 0$$
$$v_z(t) = e.E/m .t$$

En remplacant E par U/d

$$v=\frac{e.U_{AC}}{m.d}.t$$

e) Etablir l'équation horaire du mouvement

Intégration :

$$y(t) = K3$$
$$z(t) = e.E/2m .t^2 +K4$$

Détermination des constantes d'intégration avec les conditions initiales :

$$y(t=0) = K3 = 0$$
$$z(t=0) = K4 = 0$$

D'ou

$$\mathbf{y(t) = 0}$$
$$\mathbf{z(t) = e.E/2m .t^2}$$

f) En déduire que l'expression de la vitesse des électrons au passage de l'anode A est $v_A=\sqrt{\frac{2eU_{AC}}{m}}$. Calculer v_A

En A : $d = e.E/2m .t_A^2$ (équation horaire avec z = d)

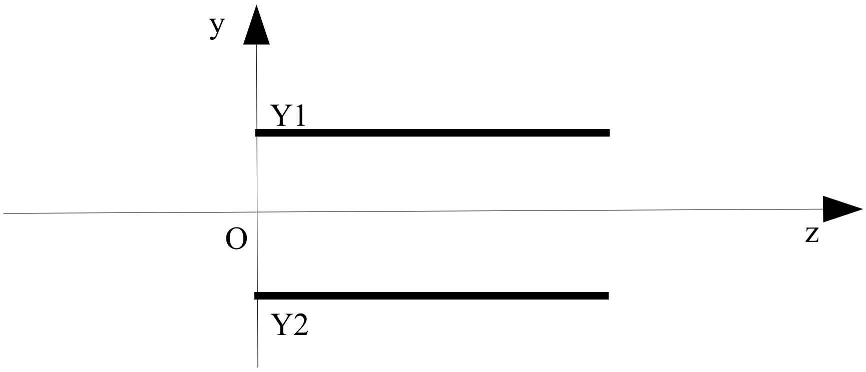
D'où : $t_A=\sqrt{\frac{2md}{eE}}$

Donc : $v=\frac{e.U_{AC}}{m.d}.t_A=\frac{e.U_{AC}}{m.d}.\sqrt{\frac{2md}{eE}}=\frac{e.U_{AC}}{m.d}.\sqrt{\frac{2md^2}{eU_{AC}}}=\sqrt{\frac{2eU_{AC}}{m}}$

$$v_A=\sqrt{\frac{2\times1{,}602.10^{-19}\times3{,}0.10^{3}}{9{,}1.10^{-31}}}$$ = 3,3.10^{7} m.s^{-1}

Deuxième partie : Déviation des électrons

Le dispositif est composé d'une paire de plaques horizontales Y1 et Y2 distantes de 2,0 cm et d'une paire de plaques verticales X1 et X2 distantes de 2,0 cm. Toutes ces plaques sont des carrés de coté a = 5,0 cm.
Pour simplifier l'étude, aucune tension n'est appliquée entre les plaques X1 et X2.
Le faisceau pénètre donc en O entre les plaques horizontales Y1 et Y2 avec la vitesse V_A. Une tension U' est appliquée entre les deux plaques ce qui impose un champ électrostatique $\vec{E}'=-E'\vec{e}_y$ uniforme.



Doc 3 : Electrodes de déviation verticale des électrons.

a) Déterminer l'accélération des électrons entre Y1 et Y2.
Référentiel : Terrestre
Système {électron}
Bilan des forces :

- Force électrostatique : $\vec{f}_e=q\times\vec{E}'=-e\times\vec{E}'=e.E'.\vec{e}_y$

Principe fondamental de la dynamique :

$$\vec{f}_e=m.\frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Projection sur les axes Oy et Oz :

$$m.a_y(t) = e.E'$$
$$m.a_z(t) = 0$$

D'où :

$$\vec{a}(t)=\frac{e.E'}{m}\vec{e}_y$$

b) En déduire les équations horaires de la trajectoire.

Détermination du vecteur vitesse par intégration :

$$v_y(t)=\frac{e.E'}{m}t+K1$$
$$v_z(t)=K2$$

Détermination des constantes d'intégration avec les conditions initiales :

$$v_y(t=0) = 0 = K1$$
$$v_z(t=0) = K2 = V_A$$

Donc :

$$v_y(t)=\frac{e.E'}{m}t$$
$$v_z(t)=V_A$$

Détermination du vecteur position par intégration :

$$y(t)=\frac{e.E'}{2m}t^2+K3$$
$$z(t)=V_A.t+K4$$

Détermination des constantes d'intégration avec les conditions initiales :

y(t=0) = K3 = 0
z(t=0) = K4 = 0

Donc les équations horaires sont :

$$y(t)=\frac{e.E'}{2m}t^2$$
$$z(t)=V_A.t$$

c) En déduire l'expression de la trajectoire y = f(z)

Exprimons t en fonction de z

$$t=\frac{z}{V_A}$$

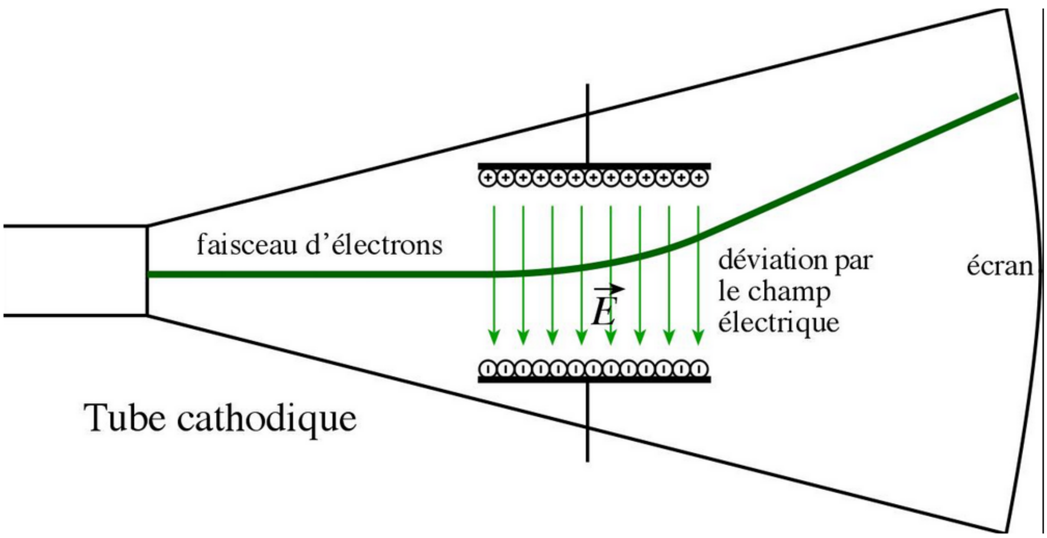
En remplaçant dans la première équation, il vient :

$$y(z)=\frac{e.E'}{2m.V_A{}^2}z^2$$ (équation d'une parabole)

d) Déterminer l'altitude de sortie y_s de l'électron lorsque le champ E' =4,95.10^4 V.m^{-1}.

$$y(z=0{,}050)=\frac{1{,}602.10^{-19}\times 4{,}95.10^4}{2\times 9{,}1.10^{-31}.(3{,}3.10^7)^2}\times 0{,}05^2=0{,}010\,m=1{,}0\,cm$$

e) Tracer la trajectoire approximative de l'électron sur le document 3.

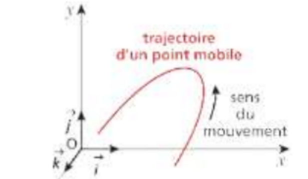


Chapitre 7 : Cinématique et dynamique newtonienne

De l'atome aux galaxies, la matière est en mouvement.
La mécanique se donne pour but de décrire le mouvement d'objets appelés systèmes ; l'étude est dans un premier temps ramenée à celle du mouvement de leur centre d'inertie.
La cinématique est l'étude des mouvements en fonction du temps, indépendamment des causes qui les produisent.
La dynamique s'intéresse aux liens entre les mouvements des objets et les actions qu'ils subissent.

I- Référentiel d'étude

Un référentiel est un objet par rapport auquel est étudié le mouvement d'un système. Il est muni :



Doc : Repère cartésien

1) Indiquer dans les situations suivantes, quel référentiel est le plus adapté pour l'étude du mouvement du système :
- Une voiture roulant sur la route
- Le mouvement de la lune
- Le mouvement de la Terre

2) Préciser pour chaque référentiel, l'origine du repère et la direction des axes.

II- Outils mathématiques permettant de décrire un mouvement

En mécanique classique, décrire un mouvement revient à décrire la **trajectoire** du système étudié, ainsi que sa **vitesse**.
1) Quelle est la trajectoire de la lune dans le référentiel géocentrique? Dans le référentiel lié à la lune?

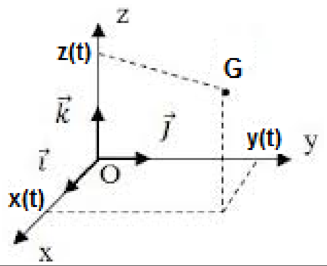
2) Que ne faut-il pas oublier avant de décrire un mouvement?

Tous les systèmes que nous étudierons par la suite pourront être considérés comme ponctuels. C'est à dire que l'on étudiera seulement la position du centre d'inertie noté G.

1) Le vecteur position $\vec{OG}(t)$

Dans le référentiel d'étude, le système sera repéré par le vecteur position $\vec{OG}(t)$.

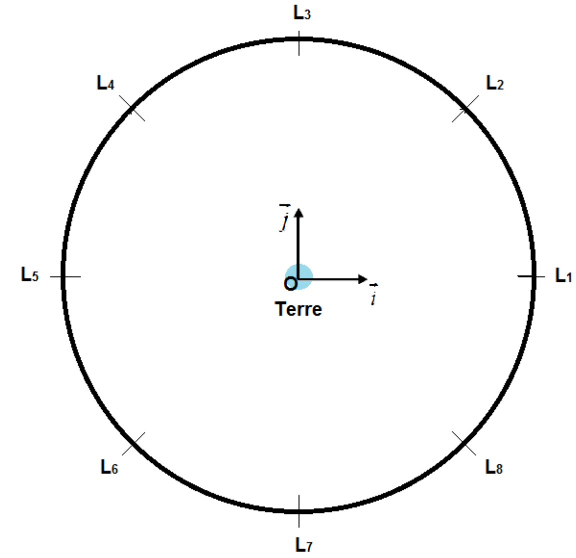
Soit un point G de coordonnées (x(t); y(t); z(t))
a) Ecrire le vecteur position $\vec{OG}(t)$
b) Exprimer sa norme. Quelle est son unité?



Les équations x(t), y(t) et z(t) sont appelées les équations horaires de la position.

Remarque : En terminale, nous étudierons seulement des mouvements plans. C'est à dire que seulement deux coordonnées seront nécéssaires.

2) Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$



Doc : Chronophotographie du mouvement de la lune dans le référentiel géocentrique.
Temps entre 2 points : τ = 3,5 jours
Distance Terre-Lune : 384 000 km

a) Définir la notion de vitesse moyenne.
b) Tracer les vecteurs vitesses aux points L_2 et L_4, notés respectivement $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$
(Echelle : 1 cm ↔ 500 m.s^{-1})

Selon vous, les normes des vecteurs $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_4$ sont-elles des vitesses instantanées ou moyennes?

c) Comment pourrait-on obtenir la vitesse instantanée au point 2?

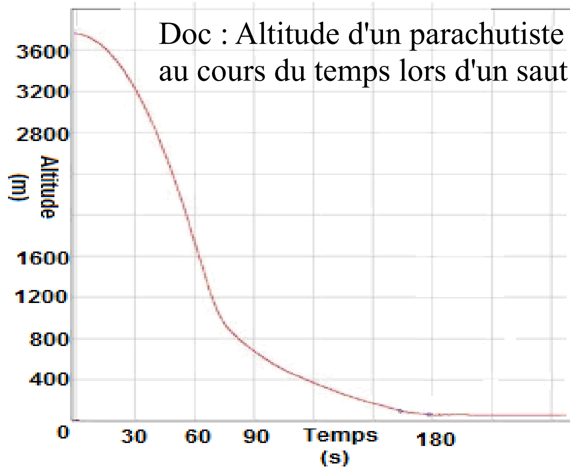
Le vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$ d'un point G est la variation du vecteur position $\vec{OG}(t)$ au cours du temps.
Mathématiquement, la vitesse est donc la dérivée du vecteur position $\vec{OG}(t)$ par rapport au temps.

$$\vec{v}(t)=\frac{d\,\vec{OG}(t)}{dt}$$

Ses coordonnées sont : $\vec{v}(t)\left\{\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right.$

Ce vecteur est aussi noté $\vec{v}(t)$ =
La valeur (norme) de la vitesse est :
et s'exprime en
La vitesse est toujours tangente à la trajectoire.

Exemple : Déterminer graphiquement la vitesse maximale atteinte par un parachutiste lors d'un saut. Expliquer la démarche.



Doc : Altitude d'un parachutiste au cours du temps lors d'un saut

3) Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$

<u>Définition</u> : L'accélération est la variation de vitesse au cours du temps.
Quelle est l'unité de l'accélération?

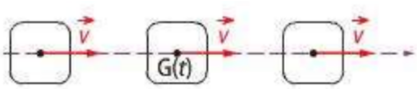
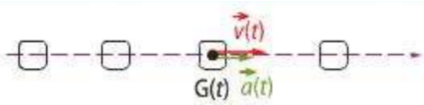
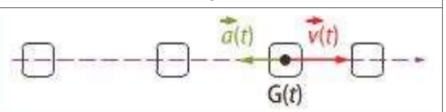
Par analogie à la vitesse, déterminer l'expression mathémathique reliant l'accélération à la vitesse, puis l'accélération au vecteur position.

Le vecteur accélération $\vec{a}(t)$ d'un point G est défini par : $\vec{a}(t)$ = Ses coordonnées sont : $\vec{a}(t) \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$ soit $\vec{a}(t) \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$ Ce vecteur est aussi noté : $\vec{a}(t)$ = La valeur (norme) de l'accélération est :

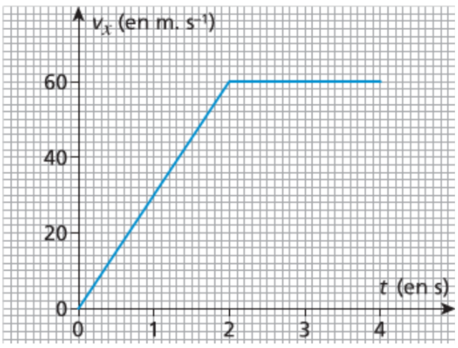
Exemple : **a)** Déterminer, graphiquement, le vecteur accélération de la lune dans le référentiel géocentrique au point L_3. Que remarquez vous? (Echelle : 1 cm ↔ 2.10^{-3} $m.s^{-2}$)
b) Calculer l'accélération moyenne d'une formule 1 passant de 0 à 100 $km.h^{-1}$ en 3,2 s.

III- Description de mouvements

1) Trajectoires rectilignes

Mouvement rectiligne	Mouvement rectiligne	Mouvement rectiligne.......................
		
	Le vecteur accélération est constant au cours du temps	

Lors d'un départ en ligne droite, la vitesse d'une moto peut être donnée par la courbe ci-contre.
a) Sur ce graphique, définir deux zones distinctes et décrire le mouvement dans chacune d'elles.
b) Calculer l'accélération dans ces deux cas.



2) Trajectoire circulaire

a) Mouvement circulaire uniforme

Le mouvement de la lune autour de la Terre est circulaire uniforme :

- Le vecteur vitesse est .... à la trajectoire
- La valeur de la vitesse est ....

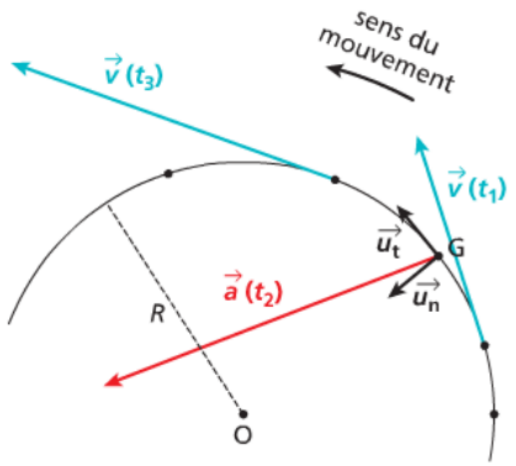
- Le vecteur accélération est .... à la trajectoire et est orienté........................
- La valeur de l'accélération est

Dans ce cas, le vecteur accélération est dit centripète.

b) Mouvement circulaire non-uniforme

La trajectoire du point est circulaire et la valeur de sa vitesse varie.

- Le vecteur vitesse est .... à la trajectoire.
- Le vecteur accélération est quelconque, orienté vers l'intérieur de la trajectoire et son expression est :



Remarque : La composante suivant $\vec{u}_t$ est dite :

La composante suivant $\vec{u}_n$ est dite :

Retrouver l'expression de l'accélération pour un mouvement circulaire uniforme à partir de l'expression générale : $\vec{a}(t)=\frac{dv}{dt}\vec{u}_t+\frac{v^2}{R}\vec{u}_n$

IV – Les lois de Newton

1) Première loi de Newton (ou principe d'inertie)

Enoncé : Dans un référetiel Galiléen, le centre d'inertie d'un système isolé (ou pseudo-isolé) est en mouvement rectiligne et uniforme (ou au repos). Expression mathématique :

Remarque : Un référentiel est dit Galiléen si la première loi de Newton est vérifiée. Un référentiel n'est donc pas galiléen s'il tourne, accélère ou freine par rapport à un référentiel galiléen.

Application : On considère le mouvement rectiligne uniforme d'un skieur nautique. La masse du skieur équipé est de 80 kg. La force exercée par le bateau est de 100N.
a) Indiquer le référentiel d'étude ainsi que le système.
b) Faire un bilan des forces s'exerçant sur le système. (Schéma obligatoire !)
c) Déterminer la valeur de la force de frottements, ainsi que de la valeur de la réaction du support. ($g=9,8N.kg^{-1}$)

2) Deuxième loi de Newton : Principe fondamental de la dynamique

Notion de quantité de mouvement : La quantité de mouvement $\vec{p}(t)$ d'un objet de masse m et dont le centre d'inertie a la vitesse $\vec{v}(t)$ est définie par :

$$\boxed{\vec{p}(t)=m.\vec{v}(t)}$$

Unités : - m en :
- v(t) en :
- p(t) en :

Enoncé du principe fondamental de la dynamique : Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures $\Sigma\vec{F}_{ext}$ qui s'exercent sur un système de masse m est égale à la variation par rapport au temps du vecteur quantité de mouvement.

Expression mathématique :

a) Exprimer la deuxième loi de Newton dans le cas où la masse m du système est constante.
b) Conclure quant à la direction et le sens du vecteur accélération et de la résultante des forces extérieures.
c) A l'aide d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité correspond aux Newtons (N) dans le système international (avec des kg, m, s ...). En déduire la nouvelle unité de *g* que nous utiliserons dans ce chapitre.

Application : On considère une voiture de masse m = 1253 kg roulant sur un sol horizontal et freinant brusquement. La force de frottement $\vec{f}$ due au freinage a une valeur constante f = $4{,}8.10^3$ N.

i) Définir le référentiel d'étude et le système.
ii) Faire un bilan des forces s'exerçant sur le système.
iii) Appliquer le principe fondamental de la dynamique.
iv) Déterminer l'accélération $\vec{a}$ de la voiture

3) Troisième loi de newton : Principe des actions réciproques

Enoncé : Deux corps A et B en interaction exercent l'un sur l'autre des forces opposées et de mêmes normes.
Expression mathématique : Soit $\vec{F}_{A/B}$ la force exercée par le corps A sur le corps B et $\vec{F}_{B/A}$ la force exercée par le corps B sur le corps A :

Exemples :

V- Application des lois de Newton

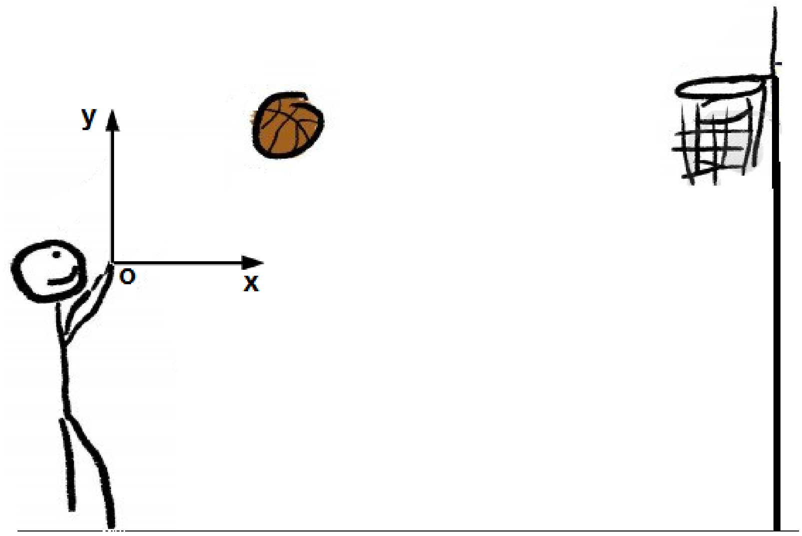
1) Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Dans le "money time", Tony Parker tente de marquer un panier à 3 points afin de faire gagner son équipe, les San Antonio Spurs.
Après s'être débarrassé de tous ces défenseurs, il se retrouve face au panier sur la ligne des 3 points (d = 6,75 m du panier).
Il sait que son lancer aura une vitesse initiale v_0 = 8,95 $m.s^{-1}$ et fera un angle α = 45° avec l'horizontale.

Donnée : Hauteur du panier : H = 3,05 m
Masse du ballon : m = 592 g
Age de T.P. : 32 ans
Taille de T.P. : 1,88 m (Altitude initiale du lancer)
g = 9,81 $m.s^{-2}$

On considerera le champ de pesanteur $\vec{g} = -g\,\vec{e}_y$ uniforme.
On choisira de se placer dans un repère cartésien (O,x,y) dont l'origine est placée au niveau des mains de T.P. lors du lancer.

Déterminer les deux équations horaires puis en déduire l'équation de la trajectoire du ballon y = f(x)



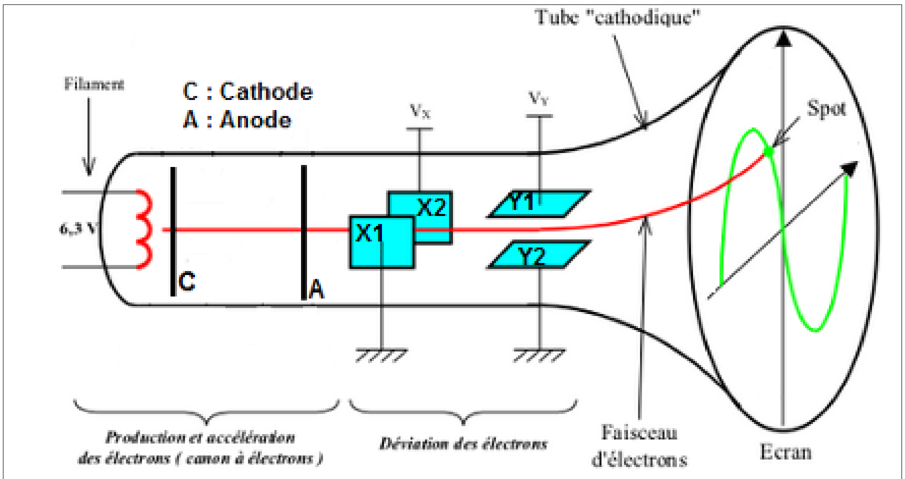
Etape 1 : Choix du référentiel et bilan des forces
Etape 2 : Application du principe fondamental de la dynamique puis projection sur les axes Ox et Oy
Etape 3 : Détermination du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}(t)$
Etape 4 : Détermination des équations horaires (vecteur position $\vec{OG}(t)$)
Etape 5 : Equation cartésienne de la trajectoire y=f(x)

Interprétation :
a) T.P. a-t-il fait gagner son équipe?
b) Quelle est la durée du lancer?
c) Quelle est l'altitude maximale du ballon par rapport au sol?

2) Mouvement dans un champ électrostatique uniforme

Doc 1 : Ecran à tube cathodique

Le tube cathodique d'un écran de télévision (du siècle dernier !) est constitué schématiquement de deux parties principales : le canon à électrons dans lequel les électrons sont accélérés et la partie permettant de dévier les électrons à la fois horizontalement et verticalement. Entre ces deux parties, aucun champ électrostatique n'est appliqué. Une fois dévié, les électrons percutent un écran phosphorescent permettant l'affichage de l'image.



Doc 2 : Composition d'un tube cathodique

Données : $g = 9,81\ m.s^{-2}$
$m_e = 9,1.10^{-31}\ kg$
$q_e = -e$
$= -1,602.10^{-19}\ C$
E s'exprime en $V.m^{-1}$

Première partie : Le canon à électron.

Les électrons sont émis à la cathode C avec une vitesse négligeable.
Une tension accélératrice U_{AC} est appliquée entre l'anode A et la cathode C distant de d= 2,0cm.
Cette tension crée un champ électrostatique $\vec{E}$ uniforme de la forme $\vec{E} = -E\,\vec{e}_z$.
L'origine du repère sera choisie au niveau de la cathode.

a) A l'aide d'une analyse dimensionnelle déterminer la formule liant le champ électrostatique E à la tension U_{AC}. Calculer E sachant que $U_{AC} = 3,0.10^3$ V

b) Rappeler l'expression de la force electrostatique (ou de Coulomb) $\vec{f}_e$ en fonction de la charge q de la particule et du champ électrostatique $\vec{E}$.

c) Montrer que le poids peut être négligé par rapport à la force électrostatique.

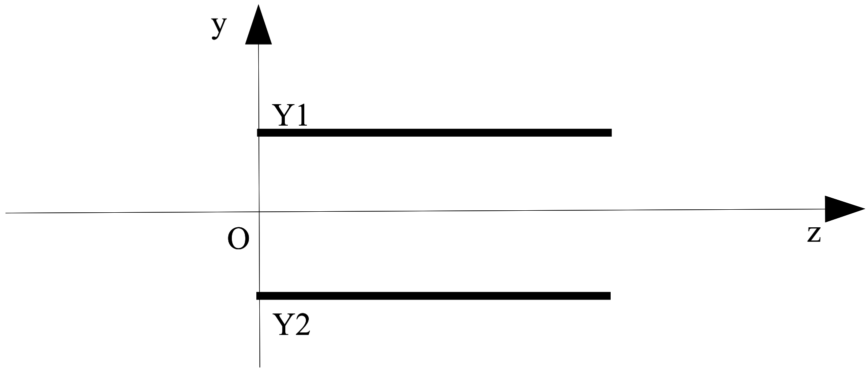
d) Montrer, à l'aide d'une étude mécanique correctement rédigée que la vitesse de l'électron est $v = \frac{e.U_{AC}}{m.d}.t$ (commencer par faire un schéma)

e) Etablir l'équation horaire du mouvement

f) En déduire que l'expression de la vitesse des électrons au passage de l'anode A est $v_A = \sqrt{\frac{2eU_{AC}}{m}}$. Calculer v_A

Deuxième partie : Déviation des électrons

Le dispositif est composé d'une paire de plaques horizontales Y1 et Y2 distantes de 2,0 cm et d'une paire de plaques verticales X1 et X2 distantes de 2,0 cm. Toutes ces plaques sont des carrés de coté a = 5,0 cm.
Pour simplifier l'étude, aucune tension n'est appliquée entre les plaques X1 et X2.
Le faisceau pénètre donc en O entre les plaques horizontales Y1 et Y2 avec la vitesse V_A. Une tension U' est appliquée entre les deux plaques ce qui impose un champ électrostatique
$\vec{E}'=-E'\vec{e}_y$ uniforme.



Doc 3 : Electrodes de déviation verticale des électrons.

a) Déterminer l'accélération des électrons entre Y1 et Y2.
b) En déduire les équations horaires de la trajectoire.
c) En déduire l'expression de la trajectoire y = f(z)
d) Déterminer l'altitude de sortie y_s de l'électron lorsque le champ E' = $4{,}95.10^4$V.m^{-1}.
e) Tracer la trajectoire approximative de l'électron sur le document 3.